

1. Основные понятия об обыкновенных дифференциальных уравнениях (ОДУ) и системах ОДУ. Описание математических моделей движения точки и моделей динамики популяции.
2. ОДУ в симметричном виде. Общий интеграл. Уравнение в полных дифференциалах (УПД). Теорема об общем интеграле УПД. Теорема о необходимом и достаточном условии того, что уравнение является УПД.
3. Задача Коши для ОДУ первого порядка, разрешенного относительно производной. Лемма Гронуолла-Беллмана. Теорема единственности решения задачи Коши.
4. Теорема существования решения задачи Коши для ОДУ первого порядка, разрешенного относительно производной.
5. ОДУ первого порядка, не разрешенное относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особые решения уравнения первого порядка, примеры.
6. Нормальные системы ОДУ. Теорема единственности решения задачи Коши для нормальной системы ОДУ  $n$ -ого порядка.
7. Теорема существования решения задачи Коши для нормальной системы ОДУ на всем отрезке.
8. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ОДУ  $n$ -ого порядка на всем отрезке.
9. Теоремы существования и единственности решения линейной системы ОДУ и решения линейного ОДУ  $n$ -ого порядка на всем отрезке.
10. Три теоремы об общих свойствах линейного ОДУ  $n$ -ого порядка.
11. Линейная зависимость и независимость скалярных функций. Определитель Вронского. Теорема о необходимом условии линейной зависимости скалярных функций. Примеры.
12. Линейная зависимость и независимость решений линейного однородного ОДУ  $n$ -ого порядка. Теорема об альтернативе для определителя Вронского.
13. Фундаментальная система решений (ФСР) линейного однородного ОДУ  $n$ -ого порядка. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении линейного однородного ОДУ  $n$ -ого порядка.
14. Теорема об общем решении линейного неоднородного ОДУ  $n$ -ого порядка. Метод вариации постоянных.
15. Леммы и теорема о построении ФСР линейного ОДУ  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами.
16. Теоремы о построении линейного ОДУ  $n$ -ого порядка по заданной системе решений и об однозначности определения ОДУ по ФСР. Формула Остроградского-Лиувилля.
17. Общая теория однородных линейных систем ОДУ. Теорема об эквивалентности системы ОДУ матричному ОДУ. Свойства решений матричного ОДУ.
18. Линейная зависимость и независимость вектор-функций. Определитель Вронского. Теорема о необходимом условии линейной зависимости вектор-функций. Примеры.
19. Линейная зависимость и независимость решений линейной однородной системы ОДУ. Теорема об альтернативе для определителя Вронского.
20. ФСР линейной однородной системы ОДУ. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении линейной однородной системы ОДУ. Матрицант.
21. Теорема об общем решении линейной неоднородной системы ОДУ. Метод вариации постоянных.
22. Теорема о построении ФСР системы ОДУ с постоянными коэффициентами в случае существования базиса из собственных векторов матрицы системы.
23. Теорема о построении ФСР системы ОДУ с постоянными коэффициентами в случае, когда нет базиса из собственных векторов матрицы системы.

1. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от правой части и начальных данных. Теорема сравнения.
2. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от параметра в начальном условии и правой части.
3. Теорема о дифференцируемости по параметру решения задачи Коши.
4. Основные понятия теории устойчивости по Ляпунову. Теорема об асимптотической устойчивости нулевого решения линейной однородной системы ОДУ с постоянными коэффициентами.
5. Теорема об устойчивости нулевого решения линейной однородной системы ОДУ с постоянными коэффициентами. Теорема о неустойчивости нулевого решения линейной однородной системы ОДУ с постоянными коэффициентами.
6. Теорема об исследовании устойчивости решения системы по первому приближению (формулировка). Примеры.
7. Исследование устойчивости решения системы на основе функций Ляпунова. Теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости.
8. Исследование поведения решения системы в окрестности точек покоя. Классификация точек покоя.
9. Постановка краевой задачи для линейного ОДУ второго порядка, редукция к основной краевой задаче.
10. Тождество Лагранжа, формула Грина, формула для определителя Вронского.
11. Функция Грина. Теорема о существовании и единственности функции Грина.
12. Теорема о существовании и единственности решения краевой задачи для неоднородного ОДУ.
13. Задача Штурма-Лиувилля. Теоремы о свойствах собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.
14. Первые интегралы (ПИ) нормальной системы ОДУ, производная в силу системы. Теорема о представлении решения задачи Коши с помощью функционально независимых ПИ.
15. Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка. Связь решения с первым интегралом. Теорема об общем решении.
16. Квазилинейное уравнение в частных производных первого порядка. Характеристики. Теорема о неявном определении решения через первый интеграл.
17. Квазилинейное уравнение в частных производных первого порядка. Теорема о необходимом и достаточном условии для решения уравнения.
18. Функционалы, примеры. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала. Основная лемма вариационного исчисления.
19. Теорема о необходимом условии экстремума для функционала, зависящего от первой производной. Уравнение Эйлера.
20. Теорема о необходимом условии экстремума для функционала, содержащего производные высших порядков.
21. Теорема о необходимом условии экстремума для функционала, зависящего от функции двух переменных.
22. Теорема о необходимом условии экстремума в случае задачи на условный экстремум.
23. Вариационное свойство собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.